Что касается преобразования какой-нибудь фигуры в квадрат, преобразования, которым должны были пользоваться либо для того, чтобы придать уравнениям приведенную нами выше форму, либо чтобы построить, не прибегая к пифагоровой теореме, величину, представляемую в современном решении квадратным корнем, то пифагорейцам определенным образом приписывают знакомство с следующей задачей:

Построить фигуру, равновеликую данной фигуре и подобную другой фигуре. Во всяком случае, речь здесь могла итти только о прямолинейных фигурах, а в интересующем нас частном случае вторая фигура это квадрат; более общая форма задачи имеется в „Началах“ (VI, 25), где Эвклид пользуется ею для своих обобщенных приложений площадей. Один позднейший автор, приписавший пифагорейцам знакомство с задачей в этом последнем виде, хотел этим дать понять, что пифагорейцы обладали предпосылками, необходимыми для приложения площадей; но простое приложение площадей требует лишь преобразования фигуры в квадрат.

Преобразование прямолинейной фигуры в прямоугольник не представляет особенных трудностей; Эвклид, кроме того, показывает нам, как можно преобразовать прямоугольник в квадрат, не прибегая к средним пропорциональным и не опираясь на теорию пропорций, бывшую еще несовершенной до Эвдокса. В своей книге II, 14 он пользуется для этого лишь геометрической алгеброй; действительно, построение основывается на вышеупомянутой теореме II, 5 (или 6), согласно которой прямоугольник можно представить как разность двух квадратов. Сторона квадрата, равного прямоугольнику, получается затем с помощью пифагоровой теоремы.

Это преобразование соответствует уравнению

$$x^2 = ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2,$$

и оно содержит решение *чистого квадратного уравнения.*

Пифагорейцам приписывают определенное геометрическое употребление приложения площадей, именно, построение правильного пятиугольника (или десятиугольника). Как известно, построение это зависит от уравнения

$$x^2 = a(a-x),$$

которое преобразуется в

$$a^2 = x^2 + ax,$$

а это уравнение можно решить путем гиперболического приложения площадей. Для решения названной задачи Эвклид (II, 11) пользуется в точности этим же самым преобразованием уравнения в геометрической форме.

Теоремы II, 5 и 6, служат не только для решения уравнений второй степени; так, мы уже упоминали выше об арифметическом приложении их Эвклидом в десятой книге „Начал“, и мы уже сказали, что с их помощью можно обойтись без средни